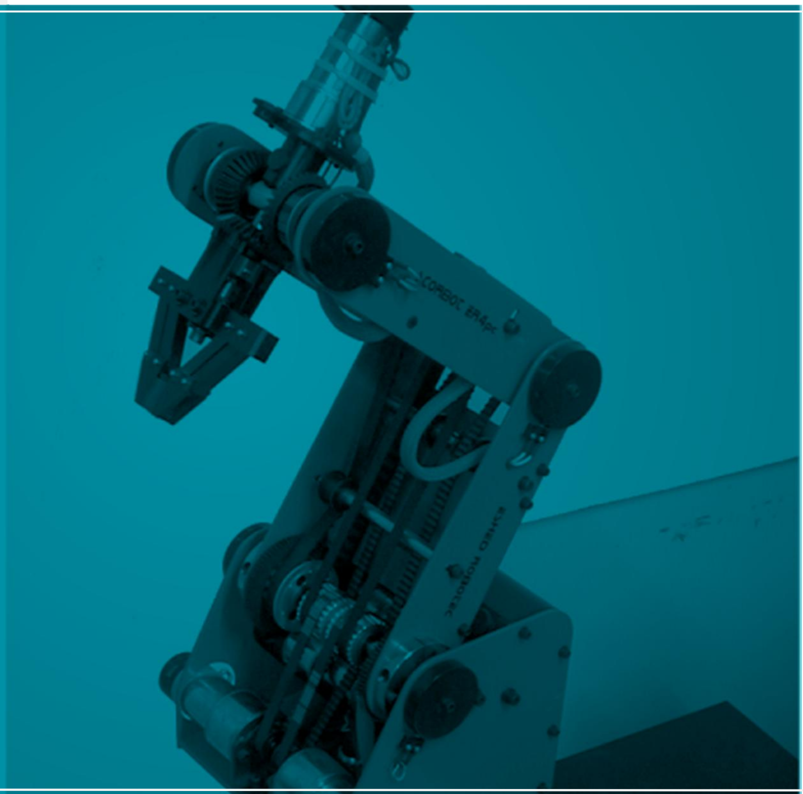
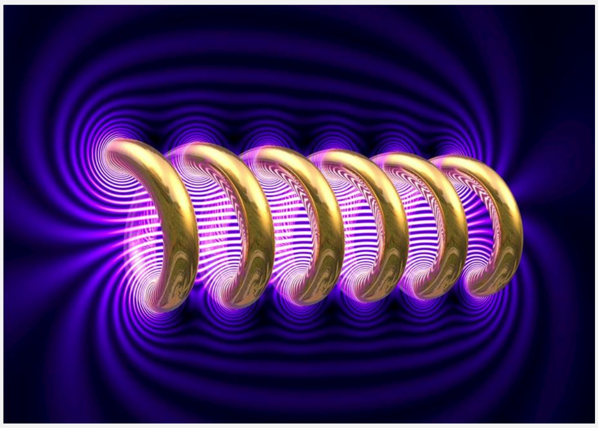
UTN SANTA FE

TECNICATURA SUPERIOR EN MECATRONICA





MATERIA

Física

PROFESOR
Cecilia Varela

Primer Año

MECATRONICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL. FACULTAD REGIONAL SANTA FE
Departamento Ingeniería Eléctrica
mecatronica@frsf.utn.edu.ar
www.frsf.utn.edu.ar

Introducción

Los pueblos antiguos aplicaron empíricamente técnicas para sus realizaciones materiales, pero sin cuestionarse acerca de las causas o dando respuestas basadas en **concepciones mitológicas, mágicas o animistas**. Los **mitos** son relatos que responden con explicaciones mágicas a los interrogantes de ”porqué” o ”cómo” ocurren los fenómenos. Fueron creados por cada cultura a través de la observación de la naturaleza. En ellos comenzaron a insinuarse los primeros conocimientos astronómicos y matemáticos.
Un ejemplo fue la explicación mitológica del *rayo* dada por los griegos que consideraban que Zeus lo utilizaba como elemento de castigo. **Anaximandros** explicaba que los rayos se producían porque el viento rompía la envoltura de las nubes. **Demócrito** decía que los rayos eran como una corriente de átomos de fuego. La importancia de estas afirmaciones no se hallaba en el contenido de cada una sino en la tendencia a demostrar *racionalmente* el fenómeno en contra de las representaciones mitológicas.
Tales de Mileto, primer filósofo griego, rompe con la mitología. El y sus sucesores intentaron explicar los diferentes fenómenos recurriendo a causas naturales, constituyendo así el estudio del Universo, objeto de interés primordial de la ciencia FÍSICA.
Hubo un resurgimiento de los estudios en Occidente a partir del siglo XIII pero el estudio de la *nueva* física apareció a fines del siglo XVI de la mano de Leonardo Da Vinci, Nicolás Copernico y Galileo Galilei entre otros; así mismo, los planteos de Isaac Newton sirvieron como base para una interpretación mecanicista del Universo. A fines del siglo XIX, James Clerk Maxwell demostró cuál es la relación entre electricidad y magnetismo, que se pueden combinar en una fuerza: el electromagnetismo. Y que la luz tenía partes eléctrica y magnética, y viajaba en forma de ondas, como el agua. El trabajo de Maxwell nos proporcionó la radio y la TV. A principios del siglo XX los nuevos descubrimientos no se basaban en los anteriores. Cosas como los rayos X y la radiactividad no cuadraban dentro de la conocida mecánica newotoniana. Entonces, en 1905, Albert Einstein, afirmó que la luz es un tipo de onda, pero que también toma la forma de paquetes, o partículas. Ese mismo año, publicó su famosa ecuación, $E = mc^2$[1], que afirma que la masa y la energía son equivalentes. Con ello, se abrió la puerta a lo que conocemos como mecánica cuántica así como también al estudio de los procesos que ocurren dentro del núcleo atómico a través de la física nuclear.
En la actualidad, cuando los avances científico-tecnológicos son de ocurrencia frecuente, es necesario prepararse con un mejor conocimiento fundamental de las manifestaciones del mundo físico que nos rodea.

Definiendo Física

La palabra *física* proviene del término griego *phycis* que significa *naturaleza* y por ello debía ser una ciencia dedicada al estudio de todos los fenómenos naturales. En verdad, hasta principios del siglo diecinueve se entendía la física en ese sentido amplio y se la llamó ”filosofía natural”. Sin embargo, durante el siglo diecinueve y hasta muy recientemente, estuvo restringida al estudio de un grupo limitados de fenómenos, designados por el nombre de fenómenos físicos y definidos sin precisión como procesos en los cuales las naturaleza de las sustancias no cambia. Esta definición poco precisa se ha ido descartando. Actualmente se puede decir que la física es **una ciencia cuyo objetivo es estudiar los componentes de la materia y sus interacciones mutuas. En función de estas interacciones el científico explica las propiedades de la materia en conjunto, así como los otros fenómenos que observamos en la naturaleza**

Partes de la Física

La física es un todo que debe considerarse de una manera lógica y consecuente. El hombre ha tenido siempre una gran curiosidad acerca de cómo funciona la naturaleza. Al principio sus únicas fuentes de información fueron sus sentidos y debido a esto clasificó los fenómenos observados según la manera en que los percibía ([Alonso M., 1995]).

- *óptica*: se desarrolló como una ciencia asociada a la *luz*
- *acústica*: se desarrolló como una ciencia correlativa al *sonido*
- *termodinámica*: se relaciona con el estudio del *calor*
- *mecánica*: el *movimiento* es el más común de los fenómenos observados directamente y esta rama de la física fue la primera en desarrollarse.

  mecánica gravitatoria: estudia el movimiento de los planetas por sus interacciones gravitatorias.
- *electromagnetismo*: no está relacionado directamente con ninguna experiencia sensorial, por lo cual su desarrollo apareció a mediados del siglo XIX.

Las ramas anteriormente son las llamadas ramas *clásicas* de la física, sin embargo el descubrimiento de las

El método experimental

Para cumplir con sus objetivos, la física, como todas las ciencias naturales, depende de la **observación** y de la **experimentación**. La observación consiste en un examen crítico y cuidadoso de los fenómenos, notando y analizando diferentes circunstancias que pueden influenciarlos. Las condiciones en las cuales ocurren los fenómenos naturales raramente ofrecen variación y flexibilidad. De hecho, algunos casos ocurren sólo de vez en cuando de forma tal que su análisis es un proceso difícil y engorroso. Es por ello que la experimentación resulta necesaria. La experimentación consiste en la observación del fenómeno en condiciones preparadas y controladas cuidadosamente, así el científico puede modificar las variables del fenómeno según su parecer, con el fin de descubrir de qué manera influyen sobre el proceso. Sin la experimentación la ciencia moderna nunca hubiera avanzado. Por esto es que los laboratorios son tan importantes en el trabajo científico.

La experimentación no es la única herramienta, a partir de hechos conocidos un científico puede deducir nuevos conocimientos de forma teórica. Es decir, se propone un *modelo* de la situación física bajo estudio. Mediante relaciones establecidas con anterioridad, el físico realiza razonamientos deductivos al modelo. La expresión de su razonamiento se lleva a cabo utilizando técnicas matemáticas. El resultado final puede predecir algunos fenómenos no observados aún o verificar las relaciones existentes entre varios procesos. El conocimiento que un físico adquiere por medios teóricos puede ser utilizado por otros para realizar nuevas experiencias que comprueben el mismo modelo o bien que determinen sus limitaciones y fallas. Gracias a esta interrelación entre experimentación y teoría se pueden realizar progresos en la ciencia sobre una base sólida.

Mediciones y Unidades

La observación de un fenómeno es en general incompleta a menos que ofrezca una información cuantitativa. Para ello es necesario medir una propiedad física, de este modo la medición constituye una parte de la experimentación. En Física, podemos decir que nuestro conocimiento es satisfactorio cuando lo podemos expresar mediante números. La expresión de una propiedad física a través de números requiere además de matemática, para mostrar las relaciones entre las diferentes cantidades, el conocimiento necesario para operar con estas relaciones. La matemática es la herramienta de las ciencias; debe ser manipulada con destreza de modo que su uso ayude a comprender en lugar de entorpecer el trabajo.

La **medición** es una técnica por medio de la cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, la cual se ha adoptado como *unidad*. La mayoría de las mediciones realizadas en el laboratorio se reducen a la medición de una longitud. Cuando se mide algo es necesario tener gran cuidado de modo de producir una pertubación mínima del sistema bajo observación. Por ejemplo, al medir la temperatura de un cuerpo, se pone en contacto con un termómetro. Al hacerlo, algo de energía se intercambia entre el cuerpo y el termómetro, dando como resultado un pequeño cambio en la temperatura del cuerpo lo cual afecta la misma cantidad que se deseaba media inicialmente. Además las medidas son afectadas en algún grado por el *error experimental* debido a las imperfecciones inevitables del sistema de medición o de las propias limitaciones de nuestros sentidos que son los encargados de registrar la información. Por lo tanto, la técnica de medición procura que la perturbación de la cantidad sea más pequeña que su error experimental.
Por otra parte, las definiciones de las cantidades físicas deben ser *operacionales*, es decir que deben indicar explícita o ímplicitamente cómo medir la cantidad definida. Así, por ejemplo al decir que la velocidad es una expresión de la rapidez de un cuerpo en movimiento no estamos indicando una definición operacional de la velocidad, pero al decir que *velocidad es distancia desplazada dividida entre el tiempo* estamos dando una definición operacional de velocidad.

Cantidades fundamentales y unidades

Antes de realizar una medición, hemos de selecciones una unidad para cada cantidad a medir. Para los propósitos de una medición, hay cantidades fundamentales y derivadas, así como también unidades.

Al estudiar un sistema físico interesan una o varias de sus características, a las que denominamos sus propiedades físicas, cuya descripción se hace en términos de lo que llamamos magnitudes. El objeto de las leyes físicas es establecer relaciones entre las magnitudes que caracterizan al sistema, de modo tal que conocidos los valores de algunas de ellas se puedan calcular o predecir los valores de las otras y su evolución con el correr del tiempo.

El concepto de magnitud está íntimamente relacionado con la idea de medición. Más precisamente, una magnitud física queda definida cuando se conocen las prescripciones para medirla, es decir asociarle valores numéricos comparándola con otra de la misma clase tomada como unidad. Por ejemplo la longitud (de un objeto) es una magnitud que queda definida cuando se especifica el procedimiento a seguir para medirla.

Así es que un fenómeno físico posee una intensidad, esto es un valor numérico y una unidad, que permite diferenciar un fenómeno de otro. Las magnitudes físicas (escalares y vectoriales) son toda cantidad que puede usarse en las ecuaciones matemáticas de la física.

Se pueden reconocer básicamente cuatro cantidades fundamentales independientes: longitud, masa, tiempo y corriente eléctrica. El Sistema Internacional de unidades es el M.K.S.A., en adelante S.I. Aquí agregaremos la carga eléctrica.

Longitud Es un concepto primario y es una noción que adquirimos naturalmente, es inútil dar una definición de ella. El **metro**, abreviado m. Es igual a 1.650.763,73 longitudes de onda de la radiación electromagnética emitida por el isótopo ^{86}Kr en su transición entre dos estados energéticos particulares del átomo. La radiación emitida puede identificarse fácilmente porque aparece como una línea roja en un espectrograma.

Masa La masa es un coeficiente, característico de cada partícula que determina su comportamiento cuando interactúa con otras partículas así como la intensidad de sus interacciones gravitacionales. El **kilogramo**, abreviado kg, es la unidad de masa. Para todos los propósitos prácticos es igual a la masa de $10^{-3}\ m^3$ de agua destilada a 4 $°C$. La masa de $1m^3$ de agua es así 1000 kg. Por analogía con el metro, podemos asociar el kilogramo con una propiedad atómica diciendo que es igual a la masa de $5,0188 \times 10^{25}$ átomos de Carbono 12.

Tiempo Al igual que la longitud, el tiempo es un concepto primario. El *segundo*,abreviado s, es la unidad de tiempo. Se puede definir como 1/86400 del día solar medio, el cual es el intervalo de tiempo entre dos pasajes sucesivos de un punto situado sobre la Tierra frente al Sol, promediados en un año. Una definición más precisa es de acuerdo con la Unión Astronómica Internacional, como 1/31.556.925,975 de la duración del año tropical 1900 [2]. La unidad de tiempo también se puede relacionar con una propiedad atómica, resultando en los llamados relojes atómicos". Por ejemplo: es el tiempo ocupado por 9.192.631.770 vibraciones de la radiación (de una longitud de onda específica) emitida por un átomo de cesio. Cabe mencionar que dos relojes de cesio podrían marchar durante 300000 años antes de que sus lecturas difiriesen en más de un segundo.

Carga Al igual que la masa, es un coeficiente característico de cada partícula, que determina la intensidad de su interacción electromagnética con otras partículas. El **coulomb**, abreviado C, es la unidad de carga eléctrica. Es igual en valor absoluto a la carga negativa contenida en $6,2418\ x\ 10^{18}$ electrones, o a la carga positiva de igual número de protones.

Corriente eléctrica El *ampere*, abreviado A, es la unidad de corriente eléctrica. El coulomb está definido como la cantidad de carga eléctrica que pasa a través de una sección de un conductor durante un segundo cuando la corriente es de un ampere. En el S.I. se toma como cantidad fundamental ya que es más sencillo medir una corriente que una carga.

La Conferencia General de Pesas y Medidas seleccionó como unidades fundamentales a las siete cantidades mostradas en la tabla 1, las cuales son la base del SI.

Cantidad	*Nombre*	*Símbolo*
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	Ampère	A
Cantidad de sustancia	mol	mol
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Intensidad lumínica	candela	cd

Tabla 1: Unidades fundamentales SI

Antes de que se adoptara el sistema MKSA, era muy popular el sistema *cgs*, donde la unidad de longitud es el centímetro, la unidad de masa es el gramo y del tiempo segundo. En muchos países de habla inglesa se utiliza el Sistema Británico, el cual es muy utilizado en aplicaciones prácticas. La unidad de longitud es el *pie*,

[2] Año tropical: intervalo de tiempo entre dos pasajes sucesivos de la Tierra a través del equinoccio vernal.

abreviado ft, la unidad de masa es la *libra*, abreviada lb y la unidad de tiempo es también el *segundo*. Las equivalencias con las unidades métricas son:

1 pie = 0,3048 m	1 m = 3,281 pie
1 libra = 0,4536 kg	1 kg = 2,205 lb

A continuación se presentan algunas unidades derivadas de las fundamentales.

Cantidad	*Nombre*	*Símbolo*
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Frecuencia	hertz	$Hz\ (\frac{1}{s})$
Densidad	kilogramo por metro cúbico	$\frac{kg}{m^3}$
Velocidad	metro por segundo	$\frac{m}{s}$
Aceleración	metro por segundo al cuadrado	$\frac{m}{s^2}$
Fuerza	newton	N
Energía	Joule	J

Tabla 2: Unidades derivadas SI

Notación Científica

Muchas cantidades utilizadas en el mundo de la ciencia son extremadamente grandes o demasiado pequeñas. Por ejemplo, la velocidad de la luz es de 300000000 $[m/s]$, es decir trescientos millones de metros por segundo, la masa de una gota de tinta es de casi $0,000000001$ $[kg]$. Leer, escribir o recordar este tipo de números de esta forma es muy complicado, es por ello que se utiliza un método con potencias de 10 para solucionar este problema:

$$\begin{aligned}
10^0 &= 1\\
10^1 &= 10\\
10^2 &= 10 \text{ x } 10 = 100\\
10^3 &= 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 = 1000\\
10^4 &= 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 = 10000\\
10^5 &= 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 = 100000
\end{aligned}$$

Y así siguiendo, el número de ceros corresponde al exponente de la potencia a la cual está elevado el 10. Siguiendo con el ejemplo anterior, la velocidad de la luz puede expresarse como $3 \times 10^8 [m/s]$. Del mismo modo, para representar números más pequeños que la unidad se hace:

$$\begin{aligned}
10^{-1} &= 1/10 = 0{,}1\\
10^{-2} &= 1/(10 \text{ x } 10) = 0{,}01\\
10^{-3} &= 1/(10 \text{ x}10 \text{ x } 10) = 0{,}001\\
10^{-4} &= 1/(10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10) = 0{,}0001\\
10^{-5} &= 1/(10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10) = 0{,}00001
\end{aligned}$$

Como se puede ver, el número de lugares que el punto decimal está a la izquierda del 1 es igual al valor del exponente (negativo).

Los números que están expresados como alguna potencia de 10 multiplicada por otro número entre 1 y 10 están expresados en notación científica. No importa cuál sea la magnitud, todos los números se pueden expresar de la forma: $N \times 10^n$

Formación de múltiplos y submúltiplos

Por razones prácticas se han introducido múltiplos y submúltiplos como potencia de diez de las unidades fundamentales y derivadas. Los mismos se designan con un prefijo, como se puede observar en la tabla 3

Ángulos en el plano

Existen dos sistemas para medir ángulos en un plano: *grados* y *radianes*. El segundo sistema es el más importante en física. La circunferencia de un círculo está arbitrariamente dividida en 360 grados (°). Un ángulo recto corresponde a 90°. Cada grado está dívidido en 60 minutos (') y cada minuto en 60 segundos ("). La

Factor	*Prefijo*	*Símbolo*
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	H
10^{1}	deca	D
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Tabla 3: Prefijos para potencias de 10

medida de un ángulo cualquier se expresa en grados, minutos y segundos, por ejemplo $34°42'25''$.

Para expresar un ángulo en radianes, se traza con un radio arbitrario R el arco AB con centro en el vértice del ángulo (Fig.1), luego la medida θ en radianes (abreviado **rad**) es:

$$\theta = \frac{l}{R}$$

donde l es la longitud del arco AB.

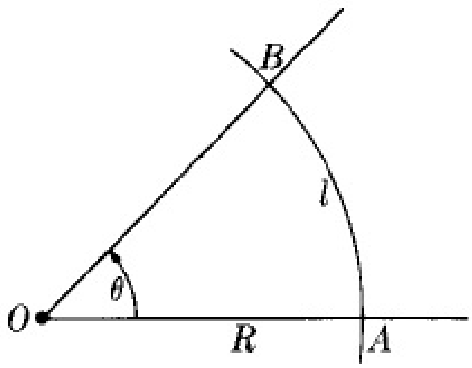


Figura 1: Relación para obtener el radián

Este método se basa en el hecho de que dado un ángulo, la relación l/R es constante e independiente del radio, y es por lo tanto la medida del ángulo expresada en radianes. Nótese que l y R deben expresarse en las mismas unidades de longitud. Podemos decir que: $l = R\theta$. Considerando que la circunferencia de un círculo es $2\pi R$, vemos que el ángulo completo alrededor de un punto expresado en radianes es: $2\pi R/R = 2\pi$ $[rad]$. Así 2π radianes equivalen a 360°.

Análisis Dimensional

La dimensión nos indica la naturaleza física de una cantidad o magnitud. Si se mide una distancia en unidades de metros, pulgadas o codos, se trata de la magnitud **distancia** y la dimensión es la **longitud**. Los símbolos que usaremos para especificar las dimensiones básicas: longitud, masa y tiempo son L, M y T respectivamente. Comúnmente se usan corchetes [ ] para indicar las dimensiones de una magnitud. Ejemplos: para la velocidad (v): $[v] = \frac{L}{T}$; para el área (A): $[A] = L^2$.

El análisis dimensional aprovecha el hecho de que las dimensiones pueden tratarse como cantidades algebraicas. Algunas cuestiones a tener en cuenta al momento de resolver una ecuación:

1. Las cantidades sólo pueden sumarse o restarse si tienen las **mismas** dimensiones
2. Los dos miembros de una igualdad (o ecuación) deben tener las mismas dimensiones.

Con el análisis dimensional se puede deducir o verificar una fórmula o expresión, determinar las unidades (o dimensiones) de una constante de proporcionalidad, pero no su valor numérico. Por lo tanto no se pueden determinar las constantes adimensionales.

Ejemplo Determinar si la expresión$x = 1/2at^2$ es dimensionalmente correcta.

(a) Obtenemos las dimensiones de cada una de las variables: $[x] = L,\ [a] = L/T^2 = LT^{-2}, [t] = T$

(b) Igualamos las dimensiones de cada variable: $[x] = [a][t]^2$

(c) Sustituimos las dimensiones de cada variable:$L = (LT^{-2})(T)^2$

(d) Operamos algebraicamente con las dimensiones (agrupando las dimensiones iguales y aplicando propiedades de potencias: $L = L(T^{-2}).(T)^2 = LT^{(-2+2)} = LT^0 = L$

(e) Concluimos en función del resultado, la expresión es dimensionalmente correcta.

Errores en las mediciones

La palabra precisión usualmente tiene un significado de exactitud. En el mundo de las medidas, precisión tiene el significado de inexactitud. Esto significa que cuando una propiedad física se describe por una cantidad numérica y su correspondiente unidad, la cantidad numérica depende de una cierta cantidad de factores. El resultado de la medición de una cantidad física es un número que depende:

- de lo que se mide;
- del procedimiento de medida;
- del instrumental utilizado;
- del observador;
- otros factores.

Los distintos elementos que influyen en la determinación de la medida de una cantidad están sujetos a inevitables fluctuaciones. No es posible que exista un procedimiento que pueda repetirse un número indefinido de veces y arroje medidas exactas. Por eso, cuando se mide repetidas veces una misma cantidad, se obtiene una serie de valores que difieren entre sí en pequeñas cantidades.

Cuando se mide una magnitud física invariablemente se comete un error. Un número puede ser extremadamente exacto (es decir exactamente correcto) pero puede no ser preciso debido a que la persona que proporciona el número no ha dicho por lo menos algo sobre el método de medición empleado.

Por ejemplo, si uno ve una bolsa con siete naranjas, la proposición "Cuento siete naranjas en la bolsa" es una determinación directa de una cantidad numérica. Es precisa y exacta porque el número de unidades a contar es pequeña y entera. Si hay dos personas, una que coloca lentamente las naranjas en la bolsa y otra que las saca lentamente, entonces podemos establecer con exactitud y precisión el número de manzanas en cualquier instante. En este ejemplo, se ve que lo importante es la operación de conteo en sí. La suposición de que con la información suficiente y una cierta habilidad para procesar la información podemos encontrar la cantidad exacta de naranjas. Hay operaciones que **no** nos dan un número exacto de unidades. Por ejemplo, es cierto que en un punto dado de una habitación hay un valor exacto de temperatura. Pero su valor, depende de una definición ya que la temperatura es un concepto humano. Medimos la temperatura a través de la longitud de una columna de mercurio, cuya longitud *representa* a la temperatura. Debido a diferentes cuestiones la longitud que se mide en la columna no se registrará idénticamente, cada vez que se lea, aun si la temperatura permaneciese constante. Una de las razones de las variaciones que encontramos en las lecturas es el espacio finito que encontramos entre divisiones y escala. Consideremos que la mínima distancia entre las divisiones de un metro ordinario es 1 mm. Luego la lectura en cada extremo del mismo puede tener errores de hasta ½ mm.

Cifras significativas

La precisión o incertidumbre de un número nos permite definir el número de **cifras significativas** asociadas con la cantidad. Es decir, si una medición se da como 645, 54378 $\pm 1\,\%$, significa que la incertidumbre es de alrededor de 6,4. Entonces podemos retener solamente aquellas cifras en el número que son realmente significativas. En este caso el número se debe expresar como 645 $\pm 1\,\%$ ó 645 ± 6.
Cuando uno realiza una serie de operaciones matemáticas utilizando números que tienen una precisión establecida, el procedimiento más simple es realizar las operaciones, una a la vez, sin tener en cuenta el problema de las cifras significativas hasta la conclusión de la operación. Luego, el número resultante debe reducirse a un número que tenga el mismo número de cifras significativas (la misma precisión) que el menos exacto de los números.

Consideraciones

Enteros distintos de cero siempre cuentan como cifras significativas. Veamos un ejemplo: 5623 es un número que tiene cuatro enteros diferentes de 0, todos ellos son cifras significativas.

Ceros Encontramos tres clases de ceros:

1. *Ceros a la izquierda*: preceden a todos los dígitos diferentes de cero. Nunca cuentan como cifras significativas. Es el caso, por ejemplo, del número $0,0025$, donde solamente hay dos cifras significativas (el 2 y el 5), los ceros indican la posición de la coma.
2. *Ceros cautivos*: se encuentran entre dígitos diferentes de 0. Siempre cuentan como cifras significativas. Así por ejemplo, el número $1,008$ tiene cuatro cifras significativas.
3. *Ceros a la derecha*: sólo son significativos si el número contiene una coma decimal. El número 100, tiene tres cifras significativas pero 100 sólo una, en otro caso $2705,0$ tiene cinco cifras significativas

Vectores

Existen leyes de la Física que no solamente implican expresiones algebraicas entre las cantidades, sino también relaciones geométricas. En el Universo hay una mecánica del movimiento, cuya descripción algebraica hace que su modelo matemático sea demasiado complejo comparado con ecuaciones que abarcan relaciones geométricas. Es por ello que en Física es común utilizar entidades geométricas conocidas como vectores. Se distinguen dos tipos de magnitudes:

Magnitudes Escalares son aquellas magnitudes que quedan determinadas totalmente por su valor representado por un número y su correspondiente unidad, por ejemplo: la masa de una camioneta es de 3000 kg, la duración de un día es de 24 horas, etcétera.

Magnitudes Vectoriales son aquellas que quedan completamente definidas sólo con su valor y su unidad. Además se debe indicar la orientación y el sentido que posee. Este tipo de magnitudes se pueden representar gráficamente mediante un vector, tal como la fuerza; la velocidad, la aceleración, la intensidad de los campos eléctricos y magnéticos, los fasores (vectores giratorios) de las corrientes alternas, etc.

Definición de Vector Todo segmento de recta dirigido en el espacio que posee las siguientes características:

1. *Módulo*: Longitud o tamaño del vector. Es necesario conocer el origen y el extremo del vector (indica el valor del vector mediante un número y su unidad).
2. *Dirección*: recta a la cual pertenece el vector.
3. *Sentido*: el sentido en que apunta la flecha muestra el sentido del vector en la línea de acción.
4. *Punto de aplicación*: punto que pertenece al cuerpo y es donde se ha aplicado el vector.

Algunas magnitudes vectoriales, una de las cuales es la fuerza, no quedan completamente determinadas si no consideramos también su línea de acción y su punto de aplicación. La línea de acción es una recta de longitud indefinida paralela a la dirección del vector. El punto de aplicación de un vector dado que actúa sobre un cuerpo rígido puede ser trasladado a otro punto cualquiera de la línea de acción sin alterar el efecto del vector.

Componentes de un vector

Para definir las componentes de un vector partimos de un sistema de coordenadas rectangulares (ejes cartesianos). Podemos representar cualquier vector **V** en el plano xy como la suma de un vector paralelo al eje x con otro paralelo al eje y (Fig. 2). A cualquier conjunto de vectores que al sumarse den **V** se les llama *componentes* de **V**.

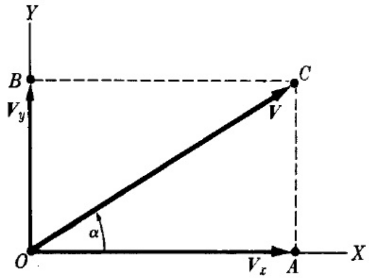


Figura 2: Componentes rectangulares de un vector en el plano

Cada vector componente tiene la dirección de uno de los ejes de coordenadas, así las componentes de **V** sobre cada eje son: V_x y V_y respectivamente. Estas componentes se llaman *rectangulares*, es decir que el vector se expresa como la suma de dos vectores mutuamente perpendiculares. Entonces, como se ve en la figura: $\mathbf{V} = V_x + V_y$, con:

$$V_x \ = \ V cos\alpha \ \ y \ \ V_y \ = \ sen\alpha$$

Es fácil notar que las componentes de un vector en una dirección particular son iguales a la proyección del vector en aquella dirección (Fig. 3). En dicha figura, vemos que $V_{\parallel} = V cos\alpha$, además podemos comprobar también que $V_{\perp} = V sen\alpha$. De este modo: $\mathbf{V} = \mathbf{V}_{\parallel} + \mathbf{V}_{\perp}$

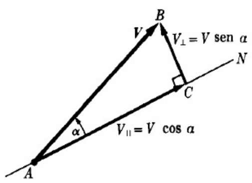


Figura 3: Componentes del vector en una dirección determinada.

RECORDAR: para encontrar los diferentes ángulos o los lados de un triángulo rectángulo es útil utilizar las relaciones trigonométricas más comunes, como se muestra en la tabla 4.

Función	*Expresión*
seno	$sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$
coseno	$cos\ \alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$
tangente	$tg\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$

Tabla 4: Funciones trigonométricas básicas

De esta forma, retomando la figura 3 con las componentes del vector, podemos ver que se forma un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene una magnitud dada por **V**, así el módulo de **V** y su dirección están relacionados con las componentes del siguiente modo:

$$|\ V\ | \ = \ \sqrt{V_x^2 \ + \ V_y^2} \tag{1}$$

$$tg\ \alpha \ = \ \frac{V_y}{V_x} \tag{2}$$

Para encontrar la dirección de **V**, primero se calcula la tangente y luego se aplica la función inversa a la tangente, es decir la arcotangente (en la calculadora tan^{-1}); la dirección de α depende de los signos de cada componente. En el planteo de un problema, se debe expresar el vector V (resultante) mediante su módulo, dirección y sentido.

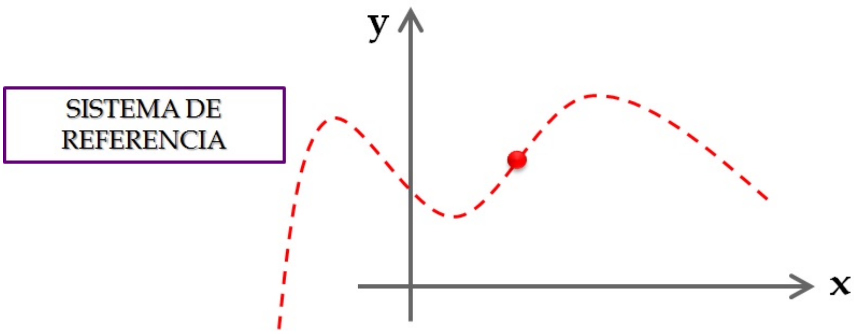


Figura 4: Eje de coordenadas x-y

Cinemática: Movimiento en una dimensión

En Cinemática se trata de ver cómo se mueve un cuerpo. Ese cuerpo puede ser un coche, un pájaro, una nube, una galaxia, lo que sea. Ver cómo se mueve un objeto significa para la Física saber dónde está, qué velocidad tiene, y si esta velocidad cambia o es la misma todo el tiempo.

Los conceptos de posición, velocidad y aceleración son fundamentales por lo que es necesario conocerlos bien además son la base de temas que vienen después. Así, podemos decir que:

- El lugar en donde está la cosa que se está moviendo se llama **posición**.
- La rapidez que tiene lo que se está moviendo se llama **velocidad**.
- Si la velocidad del objeto aumenta o disminuye, se dice que tiene **aceleración**.

Nomenclatura

Se utiliza la letra x para indicar la posición. Si el objeto está a una determinada altura del piso se usa un eje vertical y (la altura se indica con la letra y). Por otro lado, es importante remarcar que X e Y se llaman coordenadas del cuerpo. Dar las coordenadas de un objeto, por ejemplo de un avión, es una manera de decir dónde está el objeto en ese momento.

Sistema de Referencia

Cuando decimos que la posición de un objeto es $x = 10\ m$, debemos indicar desde dónde estamos midiendo esos 10 m. Podemos estar a 10 m de un determinado lugar pero a 100 m de otro, de modo que la frase: *estoy a 10 m* no indica nada. Hay que aclarar desde dónde. En el lugar que elegimos como cero se pone el par de ejes x-y. Estos dos ejes forman el sistema de referencia. Todas las distancias que se miden están referidas a él. Para resolver los problemas hay que elegir siempre el par de ejes x-y 4. Las ecuaciones que uno plantea después para resolver el problema, van a estar referidas al par de ejes x-y que uno eligió.

Trayectoria

La palabra trayectoria para la Física significa lo mismo que en la vida diaria. Es el camino que recorre un cuerpo mientras se mueve. Una trayectoria no tiene por qué ser algún tipo de curva especial. Puede tener cualquier forma.

Posiciones negativas

Un cuerpo puede tener una posición negativa (como $x = -3\ m$, ó $x = -200\ Km$). Esto sucede si en nuestro sistema de referencia el objeto se encuentra del lado negativo del eje de las equis. Esto es importante, porque a veces al resolver un problema el resultado resulta negativo. En realidad cuando la posición es negativa, está indicando hacia qué lado se dirige el cuerpo que se está analizando.

Delta Δ

En Física es muy común utilizar la letra griega Δ, este símbolo significa que lo final se resta a lo que ocurre inicialmente, es decir:

$$\Delta x = x_{final} - x_{inicial}$$

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

$$\Delta v = v_{final} - v_{inicial}$$

De esta forma estamos expresando una variación del espacio, tiempo, velocidad, etcétera.

Espacio recorrido

Supongamos que hay un hombre parado en un determinado lugar. El lugar donde se encuentra parado se llama **posición**. La distancia que el señor recorre al ir de una posición a otra se llama **espacio recorrido**. Notemos que posición y espacio recorrido **NO** son la misma cosa. Así:

1. x_0 = posición inicial (lugar de donde salió);
2. x_f = posición final (lugar al cual llegó);
3. $\Delta x = x_f - x_0$ = espacio recorrido.

Si un móvil sale de una posición inicial, por ejemplo $x_0 = 4\ m$, y llega a una posición final, por ejemplo $x_f = 10\ m$, el espacio recorrido se calcula haciendo

$$\Delta x = x_f - x_0 = (10 - 4)m = 6m \Rightarrow x = 6\ m$$

Tiempo transcurrido o intervalo de tiempo

El intervalo de tiempo Δt es el tiempo que el cuerpo se encuentra moviéndose. Si un objeto comienza su movimiento en un determinado instante inicial t_0, por ejemplo a las 16 hs, y llega en un determinado instante final, puede ser a las 18 hs, el intervalo de tiempo se calcula haciendo:

$$\Delta t = t_f - t_0 = (18 - 16)hs = 2hs \Rightarrow \Delta t = 2\ hs$$

0.0.1. Velocidad

Cuando una partícula se mueve, su posición cambia con el tiempo. Por lo tanto, la longitud recorrida y el tiempo que tarda en recorrerla son magnitudes que proveen información para describir el movimiento [Sears Zemansky, 2004].

Movimiento rectilíneo

El movimiento de un cuerpo es rectilíneo cuando su trayectoria es una recta. La posición de un objeto está definida por su desplazamiento medido desde un punto arbitrario, llamado origen. En principio, el desplazamiento puede relacionarse con el tiempo mediante una relación funcional del tipo: $x = f_{(t)}$.

Se define la *velocidad media* de un móvil como el cociente entre el desplazamiento y el tiempo total requerido para desplazarse desde el punto de partida hasta el punto de llegada siempre que el cuerpo <u>no se encuentre acelerando</u>. La velocidad *promedio*de un cuerpo en una dimensión en un movimiento no acelerado está representada por:

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{3}$$

Para determinar la *velocidad instantánea* en un punto, se debe hacer el intervalo de tiempo Δt tan pequeño como sea posible, de modo que básicamente no ocurran cambios en el estado de movimiento durante ese pequeño intervalo de tiempo [Alonso M., 1995]. En lenguaje matemático esto equivale a calcular el límite de la fracción de la ecuación anterior cuando el denominador tiende a cero.

Rapidez

Comúnmente se hace referencia a la rapidez, que en nuestro análisis se trata del módulo de la velocidad. La principal diferencia radica en que la rapidez solamente indica la intensidad con la cual se está desplazando un cuerpo, en cambio la velocidad indica además en qué dirección y con qué sentido lo está haciendo.

Aceleración promedio

Suponga que un cuerpo se mueve con velocidad constante, y luego su velocidad varía. La aceleración representa la variación de la velocidad del cuerpo en estudio.
Se define la *aceleración media* como la tasa de cambio de la velocidad con respecto al tiempo:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \tag{4}$$

Los signos $\pm$ especifican direcciones relativas a los ejes elegidos, no implican un "aumento o disminución" de la velocidad. Estos términos están relacionados con un aumento o disminución de la rapidez.

Cuando la aceleración se mantiene constante se puede considerar a la aceleración promedio igual a la instantánea.

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \tag{5}$$

Si $t_i = 0$ podemos expresar la aceleración como:

$$\mathbf{a} = \frac{v - v_i}{t}$$

Considerando una aceleración constante, es decir que no varía en el tiempo se puede obtener la velocidad del cuerpo luego de acelerar durante un cierto intervalo de tiempo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}t \tag{6}$$

0.0.2. Ecuación Horaria de la Posición

Si se desea conocer el espacio recorrido por un móvil en un período de tiempo determinado, considerando que la velocidad aumenta o disminuye uniformemente con el tiempo, puede expresarse la velocidad como el promedio de las velocidades en cualquier intervalo de tiempo considerado, si la aceleración permanece constante:

$$\mathbf{v_{prom}} = \frac{\mathbf{v_0} + \mathbf{v}}{2}, \;\; para\, \mathbf{a} = constante$$

Para obtener una expresión del desplazamiento en función del tiempo, se hace:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{v_{prom}} t = \left(\frac{\mathbf{v_0} + \mathbf{v}}{2}\right) t \tag{7}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_0} + at \tag{8}$$

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2}(\mathbf{v_0} + \mathbf{v_0} + at)t \tag{9}$$

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{v_0} t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{10}$$

Por lo tanto para obtener la posición de un cuerpo en un determinado lapso de tiempo, consideramos:

$$\mathbf{\Delta x} = \mathbf{v_0} t + \frac{1}{2}\mathbf{a} t^2 \tag{11}$$

Ecuación de la velocidad en función de la posición

Para independizarse del tiempo, se trabaja con la expresión de la posición reemplazando el tiempo:

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2}(\mathbf{v} + \mathbf{v_0})(\frac{\mathbf{v} - \mathbf{v_0}}{a}) \tag{12}$$

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{\mathbf{v}^2 - \mathbf{v_0}}{2a} \tag{13}$$

De este modo

$$\mathbf{v}^2 = \mathbf{v_0}^2 + 2a\Delta x \tag{14}$$

Esta última representa la velocidad en función del desplazamiento sin considerar el tiempo.
Recordar que tanto el desplazamiento como la velocidad y la aceleración son magnitudes vectoriales, es decir que para que queden completamente definidas se ha de indicar su dirección y sentido.

Caída Libre

Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se encuentra moviéndose libremente bajo la influencia de la gravedad, independientemente de su movimiento inicial.

- En el vacío todos los cuerpos caen con igual velocidad. Es un movimiento vertical y uniformemente variado.
- La magnitud de la aceleración de la gravedad para caída libre es: $g = 9{,}81[\frac{m}{s^2}]$

El valor de la aceleración de la gravedad es el mismo para todos los cuerpos, y puede considerarse independiente de la altura, mientras no nos alejemos de la superficie terrestre, ya que la aceleración de la gravedad siempre disminuye a medida que la distancia sobre la superficie terrestre o bajo ella aumenta. Por lo general, en el movimiento en el cual se deja caer un cuerpo se utilizan las siguientes fórmulas para describirlo:

$$\mathbf{v} = gt \tag{15}$$
$$y = \frac{gt^2}{2}; \tag{16}$$
$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \tag{17}$$

Tiro Vertical

Es un movimiento que varía uniformemente. La velocidad inicial no es nula, y va disminuyendo hasta anularse por acción de la fuerza de la gravedad.

La velocidad está dada por:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_o} - gt \tag{18}$$

En tanto que la altura puede obtenerse mediante:

$$\Delta y = \mathbf{v_0}t - \frac{gt^2}{2} \tag{19}$$

La altura máxima que alcanza el objeto lanzado, puede obtenerse fácilmente haciendo:

$$y_{max} = \frac{v_o^2}{2g} \tag{20}$$

Problemas

1. ¿Por qué son útiles los conocimientos científicos?
2. Una unidad de área utilizada para expresar terrenos es la hectárea, que equivale a 10^4 $[m^2]$. Una mina de carbón consume 77 has. de terreno con una profundidad de 26 metros cada año. ¿Qué volumen de tierra, en kilómetros cúbicos es retirada en ese tiempo?
3. Un lote de construcción rectangular mide 1×10^2 *pies* por $1,50 \times 10^2$ *pies*. Calcule el área de ese terreno en m^2.
4. Un recipiente de un cuarto de helado tiene la forma de un cubo. ¿Cuál es la longitud de un lado en centímetros?
5. Determinar que es más rápido: ¿un auto con una velocidad de 1 [km/h] o uno con una velocidad de 1 [m/s]?
6. Escriba los números y símbolos representados por los siguientes prefijos: mega; kilo; deci; mili; centi; micro; nano; pico.
7. Indique las unidades S.I. para representar las siguientes: a) temperatura, b) área, c) tiempo, d) fuerza, e) velocidad.
8. Si un automóvil está viajando con una velocidad de 28 [m/s] ¿el conductor está excediendo el límite de velocidad de 55 millas/hora? (1 milla = 1609 m).

9. La luz del semáforo cambia a verde y el conductor de una camioneta pisa el acelerador hasta el fondo, el acelerómetro registra 22 $[\frac{m}{s^2}]$. Convertir esta lectura a $[\frac{km}{min^2}]$.

10. La energía cinética tiene dimensiones: $kg.m^2/s^2$. Puede reescribirse en términos de la cantidad de movimiento $\mathbf{p}$ y la masa m como: $E_C = p^2/2m$. Establecer las unidades adecuadas para la cantidad de movimiento utilizando análisis dimensional.

11. Dos puntos en un sistema de coordenadas tienen coordenadas (5.00, 3.00) y (-3.00, 4.00), donde las unidades son centímetros. Calcule la distancia entre los puntos.

12. Dos vectores de 6 y 9 unidades de longitud, forman un ángulo entre ellos de: 0°, 60°, 90° y 180°. Encontrar la magnitud de su resultante y su dirección con respecto al vector más pequeño.

13. Dos vectores forman un ángulo de 110°. Uno de ellos tiene 20 unidades de longitud y hace un ángulo de 40° con el vector suma de ambos. Encontrar la magnitud del segundo vector y la del vector suma.

14. El vector resultante de dos vectores tiene 30 unidades de longitud y forma ángulos de 25° y 50° con ellos. Hallar la magnitud de los dos vectores.

15. Un avión viaja $4,50 \times 10^2$ $[km]$ al este y después recorre una distancia desconocida al norte. Por último, regresa a su punto de partida recorriendo una distancia de 525 $[km]$, ¿qué distancia viajó el avión en su dirección al norte?

16. Una escalera de 9 m de largo se inclina contra el lado de un edificio. Si el ángulo de inclinación de la escalera es de 75° con la horizontal, ¿cuál es la distancia horizontal desde la parte inferior de la escalera del edificio?

17. En cierto triángulo rectángulo, los dos lados que son perpendiculares entre sí miden 5 y 7 metros respectivamente. ¿Cuál es la longitud del tercer lado?

18. Un grupo de exploradores camina hacia el norte a 4 $[\frac{km}{h}]$ desde un punto de encuentro. Otro grupo, que parte 3 km hacia el este de dicho punto, camina a 7 $[\frac{km}{h}]$ en una dirección 30° al oeste del norte. Después de una hora, ¿cuán separados están?

19. Un hombre está jugando al golf y logra un hoyo en tres segundos después de que la pelota fue golpeada. Si la pelota viajó a una velocidad de 0,8 [m/s], ¿cuán lejos se encontraba del hoyo?

20. Un coche partiendo del reposo llega a 100 [km/h] en 9 segundos. ¿Qué espacio recorre en ese tiempo?

21. Un electrón en un conductor por el que circula corriente, se mueve con una velocidad promedio de 4×10^{-5} $[m/s]$. ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 16 [cm]?

22. La velocidad del sonido es de 330 [m/s] y la de la luz es de 300000 [km/s]. Se produce un relámpago a 50 [km] de distancia de un observador. a) ¿Qué percibe primero, la luz o el sonido? b) ¿Con qué diferencia de tiempo lo registra?

23. Un tren que en un instante dado tenía una velocidad de 15 [m/s] adquirió una aceleración de -3 $[m/s^2]$ durante 2 segundos. Calcule la velocidad final y la distancia recorrida al cabo de ese tiempo.

24. Un automóvil acelera de manera uniforme desde el reposo hasta llegar a 40 millas/hora en 12 segundos. Determinar la distancia recorrida por el coche durante ese tiempo y su aceleración constante.

25. La bala de un rifle cuyo cañón mide 1,4 [m] sale con una velocidad de 1400 [m/s]. Calcular la aceleración que experimenta la bala y el tiempo que tarda en abandonar el rifle.

26. Un auto de carreras acelera desde el reposo con una aceleración constante de 5 $[m/s^2]$. ¿Cuál es su velocidad después de haber recorrido 100 pies? ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

27. Un avión comercial aterriza con una velocidad de 160 [mi/h] y desacelera con una relación de (10 mi/h)/s. Si el avión viaja con una velocidad constante de 160 [mi/h] durante un segundo después de aterrizar y antes de aplicar los frenos, ¿cuál es el desplazamiento total de la nave entre su aterrizaje en la pista y la llegada al reposo?

28. Un motociclista que viaja hacia el Este cruza una pequeña ciudad y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad. Su aceleración es de 4 $[m/s^2]$. En t= 0 está a 5 metros al Este del letrero, moviéndose al Este a 15 [m/s]. a) Calcule su posición y velocidad cuando t = 2 s; b) ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 [m/s]?

29. Si no hubiese fricción con el aire: ¿cuál sería la velocidad con la cual caerían las gotas de agua de una nube que se encuentra a 1 [km] de altura?

30. Un auto choca a 60 [km/h] contra una pared sólida quedando inutilizado, ¿desde qué altura debe dejarse caer para lograr el mismo efecto?

31. Desde un balcón de un edificio se deja caer una piedra y llega al piso en 3,5 [s]. ¿Desde qué piso se dejó caer si cada piso del edificio mide 3 metros?, ¿con qué velocidad llegó al suelo?

32. Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad de 85 [km/h]. Calcular la máxima altura que alcanza. ¿A qué altura la velocidad se ha reducido a la mitad?

33. Se arroja una pelota hacia arriba con una velocidad de 20 [m/s] desde la azotea de un edificio de 50 m de altura. Calcular la altura máxima y la altura a los 3 segundos de ser arrojada.

34. Se lanza una pelota de tenis verticalmente hacia arriba desde una torre con una velocidad de 5 [m/s]. a) ¿Qué velocidad tendrá la pelota al cabo de 7 segundos?; b) ¿Qué espacio habrá recorrido en ese tiempo?

35. Un cuerpo es arrojado hacia arriba y pasa por un punto a 36 [m], por debajo del de partida, 6 [s] después de haber sido arrojado. a) ¿Cuál fue la velocidad inicial del cuerpo?; b) ¿Qué altura alcanzó por encima del punto de lanzamiento?; c) ¿Cuál será la velocidad al pasar por un punto situado a 25 [m] por debajo del lanzamiento?

36. Determinar la velocidad inicial de un cuerpo lanzado hacia arriba y que alcanza una altura máxima de 48 m.

37. Un camión viaja de noche a 72 [km/h] y de repente se encuentra un auto estacionado a 30 m de distancia. Frena con la máxima aceleración a ?5 $[m/s^2]$. Calcular el tiempo que tarda en detenerse, ¿choca con el auto?

38. Se dispara un proyectil verticalmente hacia arriba con $v_0 = 100$ $[m/s]$. Medio segundo después, con la misma arma, se dispara un segundo proyectil en la misma dirección. Determinar la altura en la que se encuentran ambos proyectiles, la velocidad de cada uno al encontrarse, el tiempo transcurrido desde el primer disparo hasta el choque.

39. Suponga que normalmente conduce por la autopista Santa Fe-Rosario con una velocidad de 105 [km/h] y tarda 2 horas 20 min. Sin embargo, una tarde el tráfico lo obliga a conducir la misma distancia a 70 [km/h] ¿Cuánto tiempo más tardará en el viaje?

40. Una gacela con aceleración constante cubre una distancia de 70 m entre dos puntos en 7 segundos. Su velocidad al pasar el segundo punto es de 15 [m/s]. a) ¿Qué velocidad tenía en el primero? b) ¿Qué aceleración posee?

41. Un avión recorre 280 m en una pista antes de despegar, partiendo del reposo, con aceleración constante, está en el aire a los 8 segundos. ¿Cuál es su velocidad al despegar?

42. Un conductor que viaja a velocidad constante (15 m/s) pasa por una esquina cuyo límite de velocidad es de 10 m/s. En ese momento un policía está parado en esa esquina en su vehículo, arranca para perseguir al infractor con una aceleración de 3 m/s2. a) ¿Cuánto tiempo pasa antes que el policía alcance al infractor? b) ¿Qué velocidad trae el policía en ese momento? c) ¿Cuál es la distancia total que ha recorrido cada vehículo hasta ahí?

43. Es posible dispara una flecha con una velocidad tan alta como 100 [m/s]; ignorando la fricción ¿a qué altura se elevaría una flecha si se dispara hacia arriba con esa velocidad? ¿Cuánto tarda la flecha en el aire?

44. Un paracaidista desciende con una cámara en caída libre, con v= 10 [m/s], libera la cámara a los 10 m, ¿cuánto tardará la cámara en tocar el suelo? ¿Cuál es la velocidad de la cámara justo antes de tocar el suelo?

45. Un cohete se dispara verticalmente hacia arriba y sube con aceleración de $20[m/s^2]$ durante un minuto. En ese instante se acaba el combustible y sigue moviéndose como partícula libre. Tomando g $= -9,8$ $[m/s^2]$, calcular la altura máxima alcanzada, y el tiempo en que el cohete está en el aire.

...

Bibliografía

[Alonso M., 1995] Alonso M., F. E. (1995). *Fisica.* Addison Wesley.

[Sears Zemansky, 2004] Sears Zemansky, Young H., F. R. (2004). *Fisica Universitaria.* Pearson - Addison Wesley.